

ALGUNAS REFLEXIONES PARA CONSIDERAR LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL Y CONTINUA DEL PROFESORADO

Horacio Solar Bezmalinovic (1) y Mario Quintanilla Gatica (2)

1) Universidad Autónoma de Barcelona

2) Pontificia Universidad Católica de Chile

Palabras claves: *historia de la matemática, formación de profesores.*

Some reflections to consider the history of the mathematical one in the initial formation and continuous of the teaching staff

Summary: *The objectives of our communication are: a) To promote for teachers in theory and practice, a rigorous reflection of the historical role of science in the construction, development, spreading and education of the mathematical knowledge; b) To give mathematics teachers, both in now in service and in training, a permanent and enduring understanding and analysis of the influence of the scientific theories upon the history and the construction of professional knowledge, to model these scientific theories in the classroom, thus contributing to the improvement and enrichment of mathematical teaching and learning.*

Key words: *history of the mathematical, mathematical education of teachers.*

Introducción

En la actualidad muchas escuelas, corrientes y autores situados en las disciplinas llamadas *metacientíficas* —como la epistemología, la historia de la ciencia, la didáctica de las ciencias experimentales y la didáctica de las matemáticas— conciben la ciencia¹ como una *actividad humana* de producción, evaluación, aplicación y difusión de saberes eruditos, inmersa en un contexto histórico, social y cultural que le da sentido a la llamada *actividad científica*, al precisar las finalidades de intervención que se persiguen y los valores que se sostienen o están en juego, en las comunidades e instituciones científicas y que pueden considerarse relevantes de reflexionar a la hora de enseñar a pensar con teoría el conocimiento científico enseñado (Quintanilla, 2005).

1. Si bien las matemáticas tienen un carácter distinto a las ciencias experimentales, en este caso, al referirnos a ciencias, también se alude a matemáticas.

Sobre la base de estos argumentos iniciales en las últimas décadas, diversas innovaciones e investigaciones han insistido en señalar que la perspectiva del análisis histórico, acerca de y sobre la ciencia, se halla ausente de la educación científica en particular y de la formación docente en general en diferentes contextos culturales, académicos e institucionales (Lires, 1998; Solsona, 1997; Quintanilla, 2005). Estas investigaciones provenientes básicamente desde las ciencias experimentales y desde la didáctica² concluyen que la transmisión y divulgación de la ciencia en el aula escolar o en los niveles universitarios ignoran de manera intencionada el devenir histórico del conocimiento científico o simplemente lo consideran irrelevante en el desarrollo profesional del docente. De esta manera, queda en evidencia que profesores de ciencia y científicos, así como un número no despreciable de divulgadores en los medios de comunicación masiva, transmiten una imagen de ciencia acumulativa, normativa y restrictiva, bastante alejada de los contextos culturales, sociales o políticos en los que científicos y científicas han contribuido al desarrollo sistemático, permanente y continuo del conocimiento en las diferentes épocas y áreas del conocimiento. En el caso de las matemáticas, el estudio de su naturaleza como construcción histórica permite una reflexión rigurosa sobre su evolución y desarrollo, así como de los procesos de consolidación, influencia e impacto de la comunidad científico-matemática en la historia, lo que promueve comprender también su inserción en los procesos de divulgación y enseñanza.

Postulamos que es necesario estudiar estos «momentos históricos, su sentido, y el valor del contenido matemático en ellos» para así orientar la toma de decisiones en cuanto a su divulgación y enseñanza sobre la base del nuevo conocimiento matemático y la nueva didáctica de las matemáticas. No olvidemos que los diferentes ámbitos o contenidos de la ciencia en general, y de las matemáticas en particular, han experimentado —y lo continúan haciendo— complejas y persistentes transformaciones como resultado de la natural creación de nuevos conocimientos científicos. En consecuencia, requieren de una actualización oportuna desde la perspectiva de la construcción de conocimiento profesional de los profesores de matemática en formación y en ejercicio, así como de los científicos en particular y de los estudiantes de ciencia en general.

Uno de nosotros ha insistido, en otros trabajos (Uribe, Quintanilla, 2004; Quintanilla, 2005), que la manera como a lo largo de los siglos se ha ido construyendo y también resignificando la historia de las ciencias³ es a veces ambigua, compleja otras veces, misteriosa y, en algunos casos, inexplicablemente controvertida y confusa de registros e información, así como interpretada de múltiples formas según los textos e instrumentos disponibles o legitimados por la institución o el poder imperante.

Como consecuencia de lo anterior, se puede predecir que los diferentes públicos de la ciencia, estudiantes, profesores, expertos y legos, poseen una visión deformada de la naturaleza de la ciencia, su objeto y método de estudio, así de cómo se construyen y evolucionan los conocimientos científicos e ignoran sus repercusiones sociales, lo que en algunas ocasiones, si no en la mayoría, produce una actitud de rechazo hacia las materias científicas y dificulta su aprendizaje y comprensión, sobre todo cuando se procura solamente axiomatizar de manera reduccionista el lenguaje científico que requiere, junto a ello, un proceso de valoración e interpretación

2. Nos referimos en particular a la investigación en didáctica de las ciencias experimentales.

3. Perspectiva de las ciencias en general.

compleja y contextualizada de las teorías, los instrumentos y los fenómenos que se estudian a lo largo del tiempo y bajo ciertos supuestos teóricos y filosóficos (Uribe, Quintanilla, 2004).

Así, podemos decir que la historia de las ciencias nos permite relacionar el conocimiento científico que se construye en determinada época con los problemas que la comunidad de matemáticos intenta solucionar, las herramientas conceptuales y metodológicas disponibles, la cultura y los valores vigentes en dicho momento histórico. De allí el enorme valor que debieran tener para el profesorado los contenidos provenientes de estas disciplinas metateóricas para su formación inicial y la práctica profesional, así como para la educación matemática y la actividad matemática escolar.

Para desarrollar la propuesta, estamos delineando *ejes temáticos* que incorporan la historia de la matemática en la formación docente, lo que permitiría una reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas y su vinculación con la enseñanza. El esquema se estructura en un primer momento, en que se trata el tema con un carácter histórico-matemático, y un segundo momento sobre las posibles implicaciones didácticas al vincular estos aspectos históricos. Para ilustrar el esquema propuesto desarrollaremos la problemática de cuatro temas que por sí mismos actúan para orientar una discusión teórica y metodológica inicial:⁴

1) Algebrización de las matemáticas e historia: la creación de nuevos métodos de resolución

La primera etapa consiste en la enseñanza al profesorado del desarrollo del álgebra en los siglos XVI y XVII a través de lecturas guiadas.⁵ El análisis que pretendemos es estudiar los efectos que produjo en la matemática la articulación del álgebra con la geometría con un énfasis en dos puntos: *a)* la aparición del álgebra como medio para justificar la matemática; *b)* problemas de origen geométrico en que su demostración era muy costosa o desconocida, y que por medio del álgebra se pudieron desarrollar. Por ejemplo, en el caso de la resolución genérica de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas, con la incorporación del método algebraico se simplificaba la resolución, así surgió la clasificación de ecuaciones que se podían resolver con un mismo método.

La segunda etapa consiste en la reflexión didáctica sobre la pertinencia del lenguaje y método algebraico en la enseñanza de ciertas prácticas matemáticas. Por ejemplo la resolución de ecuaciones —en que anteriormente se reflexionó de su naturaleza geométrica; o aritmética en el caso de problemas mercantiles—. El desarrollo se podría realizar con la elección de un profesor o grupo de profesores en la resolución de un problema por lo menos por dos métodos distintos, el primero algebraico y el otro geométrico y/o aritmético. Cada profesor o grupo expone el problema por los métodos elegidos para luego discernir entre todos los presentes las ventajas y desventajas de la aplicación de métodos geométricos o aritméticos *versus* métodos algebraicos, considerando factores, por ejemplo, de economía, intuición visual y justificación. El objetivo de la metodología es proponer y negociar discursos didácticos considerando las reflexiones del profesorado.

4. En esta primera etapa aún se está trazando los ejes temáticos, por lo que las propuestas pueden modificarse, al implementarlas al profesorado.

5. Lecturas aún a convenir.

2) Instrumentos de medición: su influencia en las concepciones sobre el conocimiento científico

En este eje temático pretendemos recalcar la influencia de la utilización de los instrumentos científicos en el desarrollo y la concepción de la ciencia. Como núcleo temático hemos elegido los instrumentos de medición, tales como de observación (ej. telescopio, microscopio), medición indirecta (ej. escuadra geométrica, compás euclidiano, astrolabio), medición numérica (ej. huesos de Napier, calculadoras simbólicas) y atención especial al surgimiento de los logaritmos como medio para dotar de rapidez a los cálculos numéricos, y la evolución en su utilidad.

El esquema sugerido es proponer a los profesores la elección de un instrumento o un campo de instrumentos para un mismo fin; para realizar una escueta investigación sobre el origen del instrumento, la utilidad, el aporte a la ciencia, el grado de aceptación y el uso de la comunidad científica. Este último indicador que se quiere caracterizar es clave en nuestra propuesta para abrir una discusión posterior sobre las dificultades de aceptación de ciertos instrumentos por el hecho de no corresponder con la ideología imperante.⁶ El objetivo es una reflexión en torno a preguntas del tipo: ¿cuánto y cómo influenciaba la aparición de ciertos instrumentos en las concepciones sobre los científicos de la época?, ¿de qué manera cambiaban las prácticas científicas?, ¿cuáles eran las principales dificultades que los filósofos naturales argüían en el uso de estos instrumentos?

La segunda parte sería una reflexión didáctica en torno a la aplicación de herramientas instrumentales en el aula de matemáticas y su influencia en las preconcepciones de los estudiantes. Discutir las semejanzas que se pueden dar entre las negociaciones de significados que se realizan en el aula, y las dificultades en la aceptación de estos instrumentos en su época. Reflexionar sobre la utilidad y desventajas de la incorporación de los instrumentos de medición en las prácticas en el aula de matemáticas.

3) Naturaleza de la matemática: análisis de la perspectiva de Kant *intética a priori* del quehacer matemático

Este eje temático se orienta a que el profesorado reflexione sobre algunos elementos de la naturaleza de la matemática y cómo se ha ido desarrollando en la historia. Este tema se puede abordar desde varias perspectivas. Nosotros nos centraremos particularmente en la obra de Kant sobre los juicios matemáticos. Nuestra elección de este tema se basa en las controversias filosóficas que ello significó, principalmente con su antecesor Hume y posteriormente con Frege. Las discusiones que se plantean permiten conocer las discusiones filosóficas que acontecían, las cuales actualmente aún pueden ser vigentes. El desarrollo consistiría en discutir tres textos: a) la introducción del libro de Kant *Crítica de la razón pura* (1781, traducción al castellano en 1983), donde Kant explica los juicios en términos de *a priori-posteriori*, sintético y analítico, y la atribución a la matemática de juicios *intética a priori*, i b) extracto del libro de Hume *Investigación*

6. En el caso del telescopio, varios filósofos naturales de corte aristotélico dudaban de la fiabilidad para observar cuerpos celestes de los que no tenían conocimiento. Una buena descripción de esta reticencia social se rescata en Shapin (2000) en su libro *La revolución científica*.

sobre el conocimiento humano (1748, traducción al castellano en 1986), en el cual se rescata su concepción de las ciencias y las matemáticas dependientes de la experiencia, y una extracción de la obra de Frege *Escritos lógico-semánticos* (1918, traducción al castellano en 1974), en la cual se critica la visión de Kant de caracterizar los juicios matemáticos de sintéticos.

La discusión gira en torno a las siguientes preguntas: *a)* ¿cómo se puede fundamentar la certeza del conocimiento matemático?, ¿es suficiente la experiencia?, ¿son verdades analíticas? Si la respuesta es *no* en ambos casos, ¿en qué apoyarla?; *b)* ¿cuál es la naturaleza de los juicios matemáticos?, ¿cuál es la de las proposiciones?, i *c)* ¿es la matemática el único reducto del conocimiento cierto? Y si no lo es, ¿es el método matemático el único método válido para obtener el conocimiento cierto?⁷

Posteriormente se puede pedir a los docentes generar y sistematizar sus reflexiones. Un ejemplo de actividad consiste en completar la tabla 1, en la cual se han utilizado los criterios de conocimiento desarrollados por Kant (1781) de *a priori-a posteriori* y de *sintético-analítico*; en base a estos criterios, se les pide a los docentes que desarrollen ejemplos de situaciones matemáticas enseñables en la escuela que cumplen las características de estos juicios y que argumenten desde la didáctica de la matemática sus ventajas y desventajas en el proceso de la enseñanza. Por ejemplo, en la celda en que se cruzan los descriptores *a posteriori* y *sintético* se puede desarrollar: ¿qué conocimiento enseñado en el aula de matemáticas podría describirse como *sintético a posteriori*?

TABLA 1. Ejemplos de situaciones matemáticas

	<i>Analítica</i>	<i>Sintética</i>
<i>A priori</i>		
<i>A posteriori</i>		

Con este ejercicio, pretendemos que el profesorado reconozca la epistemología que subyace en las matemáticas enseñables, e incluso se puede dar debates de las dificultades de entender ciertos hechos matemáticos por su naturaleza en contraposición a entenderlos como una dificultad sólo del sujeto.

4) Controversia entre Newton y Leibniz sobre el «análisis», para una *reflexión didáctica* en torno a las nociones de *diferenciabilidad* e *integral*

El eje temático está orientado a reflexionar las nociones de derivada e integral que desarrollaron Newton y Leibniz. Una intención de estudiar sus programas es hurgar en las *controversias* que se originaron en la apropiación de la creación del análisis. Ello considera el marco social establecido, en referencia a las ideologías imperantes y la situación económica social de Newton y Leibniz. Un segundo propósito ligado al anterior es reconocer las concepciones subyacentes que tiene cada programa sobre las nociones de derivada e integral.

7. Preguntas extraídas del capítulo dedicado a la filosofía matemática de Kant en el ejemplificador libro de Cañón Loyes (1993) *La matemática: creación y descubrimiento*.

Una posible propuesta sería que cada profesor o grupo elija entre el programa de Newton o Leibniz para estudiar el surgimiento de la noción de derivada y plantear los aspectos más relevantes. Una vez que todos lo hayan presentado, se pasaría a discutir las concepciones en torno a la derivada que hay detrás del párrafo siguiente:

Todo giraba sobre el triángulo infinitesimal característico, el mismo triángulo que Newton describía como la «proporción de las cantidades evanescentes». El concepto clave de Leibniz era el diferencial dx como un pequeño cambio infinitesimal en el valor de x .

La segunda parte es estudiar las implicaciones didácticas en torno a las preguntas. ¿Qué noción de derivada puede ser más evidente para una primera incursión en el análisis, la de *razón de cambio* o *diferencial*? ¿Por qué a Leibniz le podría preocupar tanto la notación utilizada en su desarrollo del cálculo infinitesimal? ¿De qué manera influye la notación en la comprensión de las nociones? ¿Es posible cambiar la secuencia didáctica al enseñar primero integral y luego derivada, qué aspectos positivos y negativos tendría para el aprendizaje de las matemáticas?

Algunas reflexiones preliminares

En este artículo reflexionamos sobre la manera de articular la historia de la matemática en la formación de profesorado, con la convicción de considerar la construcción de la actividad matemática en su contexto cultural. Por medio de unos *ejes temáticos*, se ha tratado de plasmar tales reflexiones. Su diseño considera aspectos históricos de la matemática que permitan generar reflexiones didácticas tanto epistémicas como metodológicas, y con un discurso en que se tome en consideración explicitar el contexto cultural en que se han generado las temáticas. Los cuatro ejes esbozados son ejemplos que intentan reflejar nuestra postura. Aun así, somos conscientes de las limitaciones de los ejes trazados en contraste con nuestra propia propuesta teórica. Pero ello se podrá atenuar en la medida que se pueda poner en práctica la propuesta en la formación del profesorado, y a su vez, dialogar la propuesta con historiadores de la ciencia, didactas y formadores de profesores, con interés en considerar la historia de la matemática en la formación de profesores.

Bibliografía

- CAÑÓN, C. (1993). *La matemática: creación y descubrimiento*. Madrid: UPCO.
- FREGE, G. (1974). *Escritos lógico-semánticos*. Madrid: Tecnos.
- KANT, E. (1983). *Crítica de la razón pura*. Madrid: Alfaguara.
- LIRES, M. (1998). «L'histoire des sciences et des techniques dans la formation du professorat». En: *Conference on the History of Science and Technology in Education and Training in Europe*. Estrasburgo: Université Louis Pasteur.
- QUINTANILLA, M. (2005). «Historia de la ciencia y formación docente: una necesidad irreductible». *Revista TED de la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá* [Colombia], número extra, pp. 34-43.

SHAPIN, S. (2000). *La revolución científica*. Barcelona: Paidós.

SOLSONA, N. (1997). *Mujeres científicas de todos los tiempos*. Barcelona: Talasa.

URIBE, M.; QUINTANILLA, M. (2004). «Aplicación del modelo de Stephen Toulmin al estudio de la evolución del sistema cardiovascular». *Actas del VII Congreso Latinoamericano de Ciencia y Tecnología*. Buenos Aires, Argentina.